Data Mining
Association Analysis: Basic Concepts and Algorithms

Lecture Notes for Chapter 7

정보보호 및 지능형 IoT 연구실
Information Security & Intelligent IoT

Contents

범주형/연속형 속성 처리

범주형/연속형 속성

- 지금까지 **asymmetric binary variables**에 대한 연관 분석을 공부함

→ 이제 **categorical / continuous attribute**에 적용 필요함

Session Id	Country	Session Length (sec)	Number of Web Pages viewed	Gender	Browser Type	Buy
1	USA	982	8	Male	IE	No
2	China	811	10	Female	Netscape	No
3	USA	2125	45	Female	Mozilla	Yes
4	Germany	596	4	Male	IE	Yes
5	Australia	123	9	Male	Mozilla	No
…	…	…	…	…	…	…

Example of Association Rule:

$$\{\text{Number of Pages} \in [5,10) \wedge (\text{Browser=Mozilla})\} \rightarrow \{\text{Buy = No}\}$$

범주형/연속형 속성

- **실제 연관규칙이 적용되는 데이터베이스 레코드는 범주형 혹은 연속형 속성이 많음**
- **범주형 속성(Categorical Attributes)**
  - 속성의 값이 범주(category)로 나타나는 경우를 일컬음
  - 예제: 성별, 전공, 특기
- **연속형 속성(Continuous Attributes)**
  - 속성의 값이 숫자로 나타나는 경우를 일컬음
  - 예제: 나이, 몸무게, 연봉

범주형 속성 처리

- **범주형 속성을 Asymmetric binary 변수로 변환함**
  - Binary variable has only two states: 0 or 1
  - A binary variable is **symmetric** if both of its states are equally valuable, that is, there is no preference on which outcome should be coded as 1.
  - A binary variable is **asymmetric if the outcome of the states are not equally important**, such as positive or negative outcomes of a disease test.
- **Introduce a new "item" for each distinct attribute-value pair**
  - Example: replace Browser Type attribute with
    - ✓ **Browser Type = Internet Explorer**
    - ✓ **Browser Type = Mozilla**
    - ✓ **Browser Type = Mozilla**

범주형 속성 처리 예제

Table 7.1. Internet survey data with categorical attributes.

Gender	Level of Education	State	Computer at Home	Chat Online	Shop Online	Privacy Concerns
Female	Graduate	Illinois	Yes	Yes	Yes	Yes
Male	College	California	No	No	No	No
Male	Graduate	Michigan	Yes	Yes	Yes	Yes
Female	College	Virginia	No	No	Yes	Yes
Female	Graduate	California	Yes	No	No	Yes
Male	College	Minnesota	Yes	Yes	Yes	Yes
Male	College	Alaska	Yes	Yes	Yes	No
Male	High School	Oregon	Yes	No	No	No
Female	Graduate	Texas	No	Yes	No	No
...	...	...	...	...	...	...

Table 7.2. Internet survey data after binarizing categorical and symmetric binary attributes.

Male	Female	Education = Graduate	Education = College	...	Privacy = Yes	Privacy = No
0	1	1	0	...	1	0
1	0	0	1	...	0	1
1	0	1	0	...	1	0
0	1	0	1	...	1	0
0	1	1	0	...	1	0
1	0	0	1	...	1	0
1	0	0	1	...	0	1
1	0	0	0	...	0	1
0	1	1	0	...	0	1
...	...	...	...	...	...	...

범주형 속성 처리

- 주요 이슈
  - 만일, 범주형 속성이 매우 많은 값을 가진다면?
    - **Example:** attribute country has more than 200 possible values
    - 많은 속성값은 매우 적은 support 값을 가질 수 있음
      - 해결책: Aggregate the low-support attribute values
  - 만약 속성값 분포가 한쪽으로 심하게 편향되었다면(highly skewed)?
    - **Example**: 95% of the visitors have “Buy = No.”
    - Most of the items will be associated with (Buy=No) item
      - 해결책: 매우 빈발한 항목은 drop 함. → 즉, 매우 많은 빈도수를 가지는 항목은 새로운 정보를 가지지 않기 때문

연속형 속성 처리

- 데이터에는 당연히 연속형 속성도 있음
- 예:
  - Age$\in$[21,35) $\wedge$ Salary$\in$[70k,120k) $\rightarrow$ Buy
  - Salary$\in$[70k,120k) $\wedge$ Buy $\rightarrow$ Age: μ=28, σ=4
- 연속형 속성을 처리하는 방법
  - **이산화 기반**(Discretization-based) **방법**
  - **통계 기반**(Statistics-based) **방법**
  - Non-discretization **기법**
    - Min-Apriori **기법**

연속형 속성 처리 예제

Table 7.3. Internet survey data with continuous attributes.

Gender	...	Age	Annual Income	No. of Hours Spent Online per Week	No. of Email Accounts	Privacy Concern
Female	...	26	90K	20	4	Yes
Male	...	51	135K	10	2	No
Male	...	29	80K	10	3	Yes
Female	...	45	120K	15	3	Yes
Female	...	31	95K	20	5	Yes
Male	...	25	55K	25	5	Yes
Male	...	37	100K	10	1	No
Male	...	41	65K	8	2	No
Female	...	26	85K	12	1	No
...	...	...	...	...	...	...

Table 7.4. Internet survey data after binarizing categorical and continuous attributes.

Male	Female	...	Age < 13	Age $\in [13, 21)$	Age $\in [21, 30)$	...	Privacy = Yes	Privacy = No
0	1	...	0	0	1	...	1	0
1	0	...	0	0	0	...	0	1
1	0	...	0	0	1	...	1	0
0	1	...	0	0	0	...	1	0
0	1	...	0	0	0	...	1	0
1	0	...	0	0	1	...	1	0
1	0	...	0	0	0	...	0	1
1	0	...	0	0	0	...	0	1
0	1	...	0	0	1	...	0	1
...	...	...	...	...	...	...	...	...

이산화(Discretization) 기반 방법

- 이산화 기반 방법에는 Unsupervised 방법과 supervised 방법 존재함
- 비감독(unsupervised) 방법
  - Equal-width binning
  - Equal-depth binning
  - Clustering
- 감독(supervised) 방법

Attribute values, v

Class	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9
Anomalous	0	0	20	10	20	0	0	0	0
Normal	150	100	0	0	0	100	100	150	100

bin_1 bin_2 bin_3

이산화(Discretization) 기반 방법

- Size of the discretized intervals affect support & confidence

  $\{Refund = No, (Income = \$51{,}250)\} \rightarrow \{Cheat = No\}$

  $\{Refund = No, (60K \leq Income \leq 80K)\} \rightarrow \{Cheat = No\}$

  $\{Refund = No, (0K \leq Income \leq 1B)\} \rightarrow \{Cheat = No\}$

  - If intervals too small
    - may not have enough support
  - If intervals too large
    - may not have enough confidence
- Potential solution: use all possible intervals

이산화(Discretization) 기반 방법

- Execution time
  - 만약 범위가 k 구간으로 나눠진다면 k(k-1)/2의 이진 항목들이 모든 가능한 구간을 나타내기 위해 생성되어야 함 → 많은 비용 소비됨

- Too many rules

$\{Refund = No, (Income = \$51{,}250)\} \rightarrow \{Cheat = No\}$

$\{Refund = No, (51K \leq Income \leq 52K)\} \rightarrow \{Cheat = No\}$

$\{Refund = No, (50K \leq Income \leq 60K)\} \rightarrow \{Cheat = No\}$

통계 기반 방법, Min-Apriori 기법

- **통계 기반 방법**
  - **정량적 연관 규칙은 모집단의 통계적 특성을 추론하는데 사용가능**
  - **연관규칙의 결론부가 통계적 속성(평균, 표준편차 등)을 갖는 연속형 속성으로 나타남**
  - **예제**: Salary$\in$[70k,120k) $\wedge$ Buy $\rightarrow$ Age: μ=28, σ=4

- **Min-Apriori 기법 (비이산화 방법)**
  - **연속형 속성들 중에서 연관성을 찾는 방법 → 단어들 사이의 연관성 등**

통계 기반 방법

- 사례:

  Browser=Mozilla $\wedge$ **Buy=Yes** $\rightarrow$ Age: μ=23

- 연관규칙의 결론부는 통계적 속성을 가짐
  - mean, median, standard deviation, etc.
- 규칙 생성 방법:
  - **먼저, target variable를 정한 후, 이를 나머지 데이터와 별도로 생각함**
  - **분리된 "나머지 데이터"에 대해서** frequent itemset**을 찾음**
  - **"나머지 데이터"로부터 찾은** frequent itemset**을 사용하여, "target variable"에 대한 통계적 속성을 찾음**
    - {**Annual Income** > $100K, **Shop Online** = Yes} → **Age**: Mean = 38
    - **이 규칙은 인터넷 사용자의 연수입이** 10**만 달러보다 많고 정기적으로 온라인 쇼핑을 하는 사람의 평균 나이는** 38**세라는 것을 말함**
  - **해당 연관 규칙의 정당성을 확인하기 위해 통계 테스트 수행(가설 검증 등)**

통계 기반 방법

- 연관 규칙 유용성 테스트
  - **연관 규칙에 포함되는 트랜잭션으로부터 계산된 통계량**이 해당 규칙에 **포함되지 않은 트랜잭션으로부터 계산된 것과 다른 경우**에만 **해당 연관 규칙은 유용함**
  - Compare the statistics for segment of population **covered** by the rule vs segment of population **not covered** by the rule:

$$A \rightarrow B: \mu \quad \text{vs.} \quad \bar{A} \rightarrow B: \mu'$$

  - 통계적 가설 검증(Statistical hypothesis testing):

$$Z = \frac{\mu' - \mu - \Delta}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

    - 귀무가설(Null hypothesis): H0: $\mu' = \mu + \Delta$
    - 대립가설(Alternative hypothesis): H1: $\mu' > \mu + \Delta$
    - Z has zero mean and variance 1 under null hypothesis
    - A는 frequent itemset, B는 연속형 target 속성
    - n1은 A를 지지하는 트랜잭션 수, n2는 A를 지지하지 않는 트랜잭션 수
    - s1은 A를 지지하는 트랜잭션 중에서 B에 대한 표준편자, s2는 A를 지지하지 않는 트랜잭션 중에서 B에 대한 표준편차

통계 기반 방법

- 통계적 가설 검증(계속)

$$A \rightarrow \text{B: } \mu \quad \text{vs.} \quad \bar{A} \rightarrow \text{B: } \mu'$$

  - μ와 μ'의 차이가 어떤 사용자~지정된 임계값 Δ 보다 더 큰가?를 검사함
    - 통계적 가설 검증에서 귀무가설과 대립 가설, 두개의 반대되는 명제가 주어짐
      - (일반적으로 귀무가설을 기각하고 대립가설을 채택하기 위해선 귀무가설이 잘못되었다는 것을 입증함)
    - 데이터로부터 수집된 증거에 근거하여 가설 검증은 위 두개의 가설중에서 어느것이 수락되어야하는지를 결정함
    - 이 경우, $\mu < \mu'$을 가정하면,
    - 귀무가설 $H0: \mu' = \mu + \Delta$ 이며, 대립가설 $H1: \mu' > \mu + \Delta$ 임.
    - 여기서 어느 가설이 수락되어야 하는지를 결정하기 위해 아래의 Z 통계량을 계산함

$$Z = \frac{\mu' - \mu - \Delta}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

- Z는 평균 0과 분산 1을 갖는 표준 정규 분포
- 계산된 Z의 값은 기각값(critical value) Za와 대조/비교함. 기각값은 신뢰도 수준에 따라 결정됨
- 만약 Z > Za이면 귀무가설 기각됨 → 위의 정량적 연관 규칙은 유용하다고 결론 내림
- 아니면, 평균에서 차이가 통계적으로 유의미하다는 것을 보여주기 위한 충분한 증거가 데이터에 없음을 의미함

통계 기반 방법

- 사례:

  연관규칙: Browser=Mozilla ∧ Buy=Yes → Age: μ=23

  - Rule is interesting **if difference between μ and μ' is greater than 5 years (i.e., Δ = 5)**
  - For r, suppose n1 = 50, s1 = 3.5
  - For r' (complement): n2 = 250, s2 = 6.5

$$Z = \frac{\mu' - \mu - \Delta}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{30 - 23 - 5}{\sqrt{\frac{3.5^2}{50} + \frac{6.5^2}{250}}} = 3.11$$

  - For 1-sided test at 95% confidence level, critical Z-value for rejecting null hypothesis is 1.64.
  - **Since Z is greater than 1.64, r is an interesting rule**

Min-Apriori (Han et al)

- Data set이 연속형 속성(continuous attribute)을 가지는 경우에 적용 가능
- 특히 연속형 속성들간의 연관성을 찾고자 하는 경우 사용
- 사례:
  - 텍스트 문서에서 단어 연관성을 찾는 문제
  - 문서-단어 행렬(Document-term matrix)에서 각 엔트리는 주어진 문서에서 나타나는 단어의 정규화 빈도수 카운트 값을 의미함

TID	W1	W2	W3	W4	W5
D1	2	2	0	0	1
D2	0	0	1	2	2
D3	2	3	0	0	0
D4	0	0	1	0	1
D5	1	1	1	0	2

W1 and W2 tends to appear together in the same document

Min-Apriori

- 아래의 “문서-단어 행렬”을 다음과같이 변경함

TID	W1	W2	W3	W4	W5
D1	2	2	0	0	1
D2	0	0	1	2	2
D3	2	3	0	0	0
D4	0	0	1	0	1
D5	1	1	1	0	2

  - 위 “문서-단어 행렬”을 0/1 matrix로 변형한 후, 기존의 알고리즘 적용
    - 기존의 알고리즘은 binary variable에 적용되는 것이었음
  - 단어간 연관성을 찾고자 함

Min-Apriori

- 단어간 연관성 찾을 수 있음
  - If we simply sum up its frequency, support count will be greater than total number of documents!
    - Normalize the word vectors – e.g., using L_1 norm
    - Each word has a support equals to 1.0

TID	W1	W2	W3	W4	W5
D1	2	2	0	0	1
D2	0	0	1	2	2
D3	2	3	0	0	0
D4	0	0	1	0	1
D5	1	1	1	0	2

Normalize →

TID	W1	W2	W3	W4	W5
D1	0.40	0.33	0.00	0.00	0.17
D2	0.00	0.00	0.33	1.00	0.33
D3	0.40	0.50	0.00	0.00	0.00
D4	0.00	0.00	0.33	0.00	0.17
D5	0.20	0.17	0.33	0.00	0.33

각 word 갯수로 normalize 함

Min-Apriori

- New definition of support:

$$\sup(C) = \sum_{i \in T} \min_{j \in C} D(i, j)$$

TID	W1	W2	W3	W4	W5
D1	0.40	0.33	0.00	0.00	0.17
D2	0.00	0.00	0.33	1.00	0.33
D3	0.40	0.50	0.00	0.00	0.00
D4	0.00	0.00	0.33	0.00	0.17
D5	0.20	0.17	0.33	0.00	0.33

Example:

Sup(W1,W2,W3)

D1 D2

= min (0.40, 0.33, 0.00) + min(0.00, 0.00, 0.33) + …+min(0.20, 0.17, 0.33)

D5

= 0 + 0 + 0 + 0 + 0.17

= 0.17

Min-Apriori

- Min-Apriori에서의 정의된 지지도 척도는 문서에서 단어 연관성을 찾는데 적합한 아래의 특성 가짐
  - 한 단어의 정규화 지지도가 증가함에 따라 지지도는 단조형 증가
  - 그 단어를 포함하는 문서 개수가 증가함에 따라 지지도 단조형 증가
  - 지지도는 비단조형 특성 가짐
    - 예를 들어 itemset {A,B}와 {A,B,C}가 있다면, min({A,B}) >= min({A,B,C})이므로 s({A,B}) >= s({A,B,C}) 임(itemset에 속한 단어 수가 증가하면 최소값을 찾기때문에 지지도는 감소할 수 밖에 없음)

Anti-monotone property of Support

TID	W1	W2	W3	W4	W5
D1	0.40	0.33	0.00	0.00	0.17
D2	0.00	0.00	0.33	1.00	0.33
D3	0.40	0.50	0.00	0.00	0.00
D4	0.00	0.00	0.33	0.00	0.17
D5	0.20	0.17	0.33	0.00	0.33

Example:

Sup(W1) = 0.4 + 0 + 0.4 + 0 + 0.2 = 1

Sup(W1, W2) = 0.33 + 0 + 0.4 + 0 + 0.17 = 0.9

Sup(W1, W2, W3) = 0 + 0 + 0 + 0 + 0.17 = 0.17

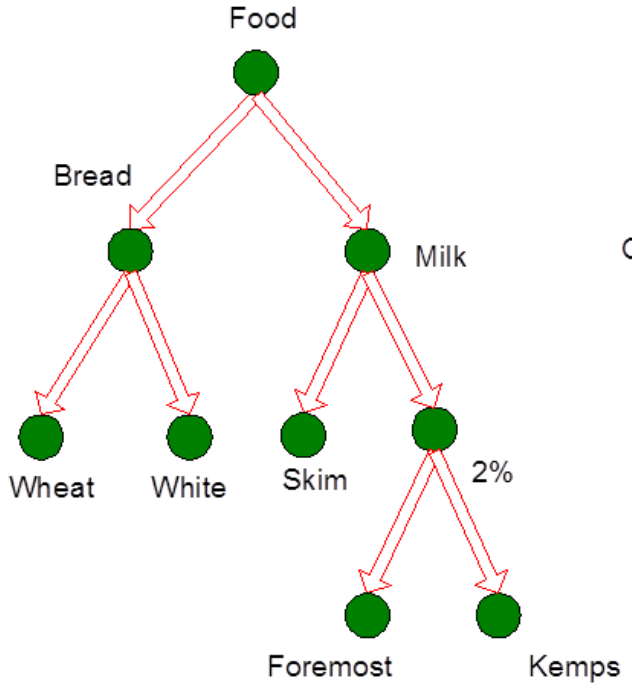
Itemset에 속한 단어 증가시 support 값 줄어드는 특성 확인

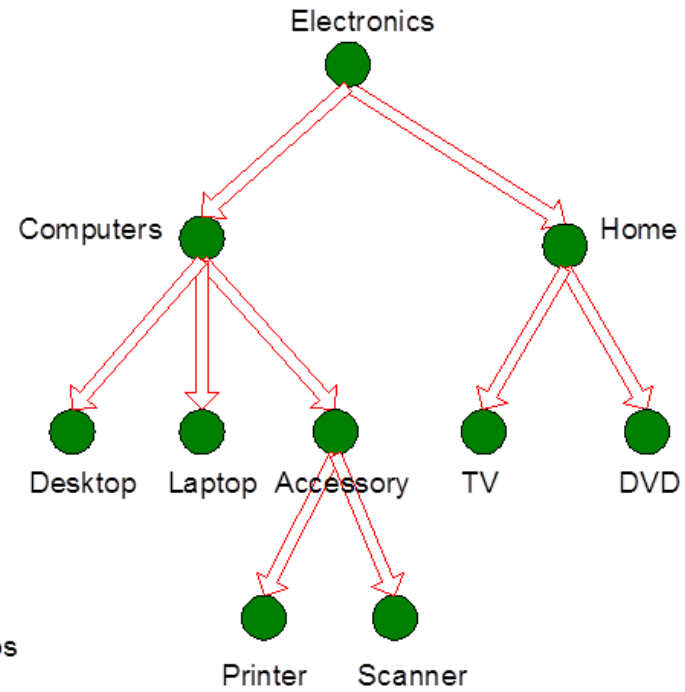
Contents

다단계 연관 규칙

개념 계층(Concept Hierarchy)

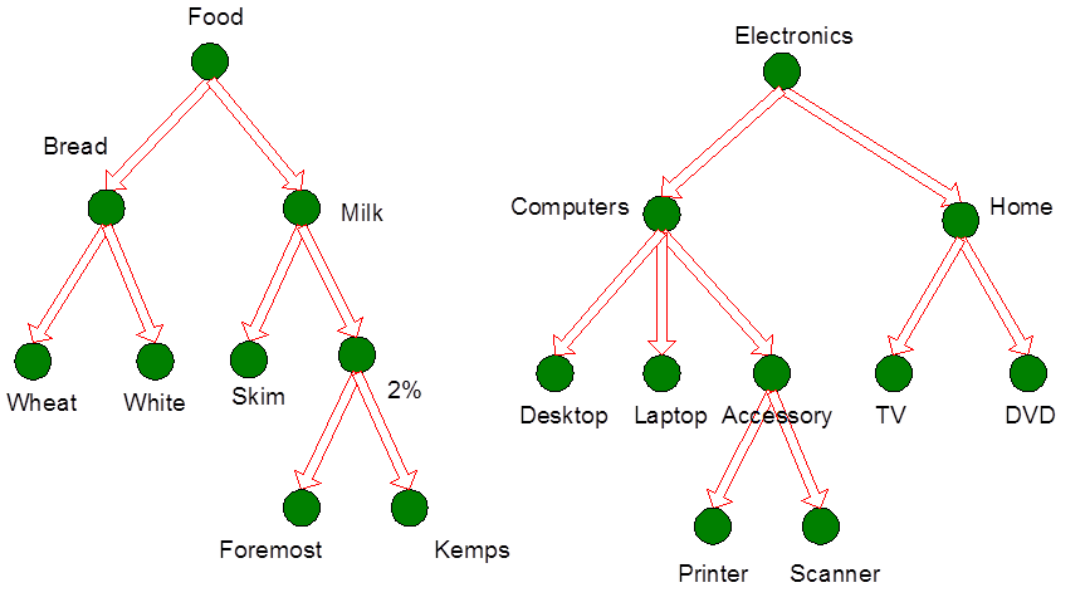
- **개념 계층: 특정한 영역에서 정의된 여러 개체들 또는 개념들의 다중 계층 조직임.**
  - Concept hierarchy는 specific한 데이터가 상위레벨에서 추상화되므로 분류에서 의미가 있을 수 있음
  - 주로, “is-a” 관계를 구성하는 taxonomy 형식을 가짐
  - Milk는 food의 한종류. DVD는 electronics의 한 종류 등
  - 개념 계층은 directed acyclic graph로 표현됨





개념 계층(Concept Hierarchy)

- **개념 계층을 연관 분석에 사용하는 경우의 주된 특성(장단점)**
  - 계층의 더 낮은 레벨에 있는 항목들은 어떤 frequent itemset을 나타내기 위해 충분한 support를 가지지 않을 수도 있다. → 개념계층을 사용하지 않으면 이들의 유용한 패턴을 놓칠 수 있음
  - 그런데, 개념계층의 상위레벨 규칙은 유용하지 않을 수도 있음. → 예를 들어, (electronics→ food)는 고객의 실 구매 성향에 대한 정보를 주지 않음



다단계 연관 규칙 마이닝(1/4)

- 개념 계층을 연관 분석에 사용하는 경우의 주된 특성(장단점)
  - 더 높은 레벨에 있는 항목들은 더 낮은 레벨에 있는 항목보다 더 높은 지지도를 가지는 경향 있음 → 이에, 만약 지지도 임계값을 너무 높게 두면 단지 높은 레벨 항목들을 수반하는 패턴만 추출됨
  - 개념계층의 도입은 더 많은 항목과 더 넓은 트랜잭션을 다루는 일이 되므로 연관 분석 알고리즘의 계산시간을 늘임
  - 개념 계층의 도입에 의해 중복된 규칙들이 산출될 수 있음

다단계 연관 규칙 마이닝(2/4)

- **기본 성질: 개념 계층에 의해 지지도/신뢰도는 어떻게 변하나?**

  - **If** $\sigma(X1 \cup Y1) \geq minsup$,

    and X is parent of X1, Y is parent of Y1

    then $\sigma(X \cup Y1) \geq minsup$, $\sigma(X1 \cup Y) \geq minsup$, $\sigma(X \cup Y) \geq minsup$

  - **If** $conf(X1 \Rightarrow Y1) \geq minconf$

    then $conf(X1 \Rightarrow Y) \geq minconf$

$$conf(X1 \Rightarrow Y1) = \frac{\sigma(X1 \cup Y1)}{\sigma(X1)}$$

$$conf(X1 \Rightarrow Y) = \frac{\sigma(X1 \cup Y)}{\sigma(X1)}$$

다단계 연관 규칙 마이닝(3/4)

- **접근법 1**
  - **상위 계층의 항목들을 각 트랜잭션에 추가하고, 기존 알고리즘을 사용하여 연관 룰을 만든다**
  - **예제**
    - Original Transaction: {skim milk, wheat bread}
    - Augmented Transaction:
      {skim milk, wheat bread, milk, bread, food}
- **이슈**
  - **상위 계층 항목은 다른 항목들에 비해서 높은 지지도 카운트를 가짐**
    - → **만일, 주어진 지지도** threshopld(**즉**, min supp)**가 낮다면 너무 많은 규칙들이 생성될 것이다**.
  - **즉, 트랜잭션의 차원이 높아지는 문제가 있음**

다단계 연관 규칙 마이닝(4/4)

- 접근법 2
  - 먼저 최상위 계층에서 빈발 항목집합을 생성한 후,
  - 다음으로 그 아래 계층에서 빈발 항목집합을 생성
  - 위 과정을 “만족할 만한 정도의 의미 있는 규칙”을 찾을 때 까지 반복한다.
- 이슈
  - 많은 I/O가 필요하여 마이닝 시간이 무척 많이 걸리게 된다.
  - 교차-단계의 연관 규칙을 찾지 못할 수 있다.
    (예를 들어, 가정부는 상위 계층, 결론부는 하위 계층인 연관 규칙을 찾지 못할 수 있다.)

Contents

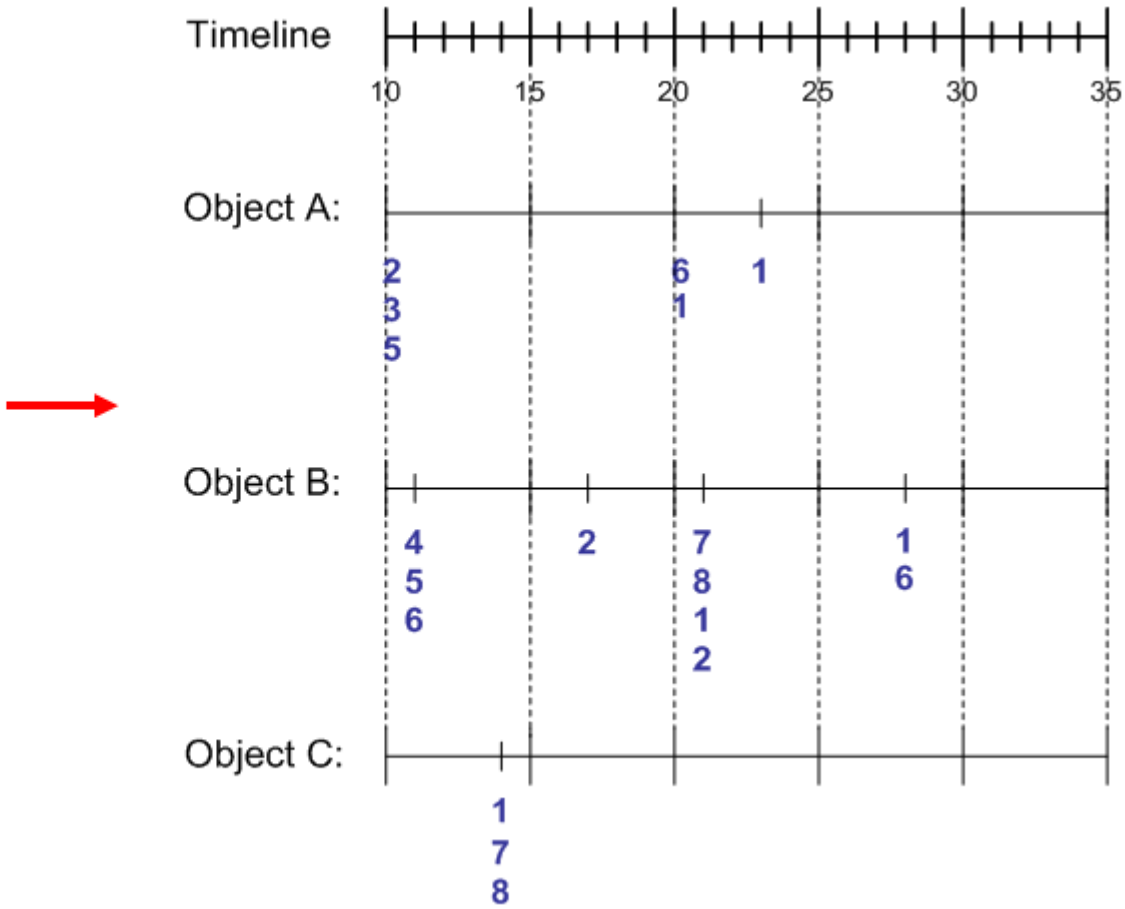
순차 패턴

시퀀스 데이터 (Sequence Data)

- Row에 주어진 시간에 특정 객체와 연관된 사건 발생을 기록함

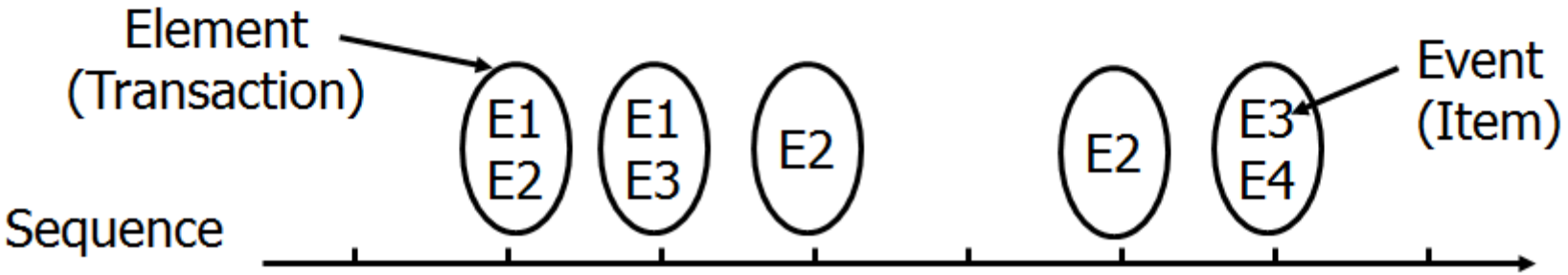
Sequence Database:

Object	Timestamp	Events
A	10	2, 3, 5
A	20	6, 1
A	23	1
B	11	4, 5, 6
B	17	2
B	21	7, 8, 1, 2
B	28	1, 6
C	14	1, 8, 7



시퀀스 데이터 예제

Sequence Database	Sequence	Element (Transaction)	Event (Item)
Customer	Purchase history of a given customer	A set of items bought by a customer at time t	Books, diary products, CDs, etc
Web Data	Browsing activity of a particular Web visitor	A collection of files viewed by a Web visitor after a single mouse click	Home page, index page, contact info, etc
Event data	History of events generated by a given sensor	Events triggered by a sensor at time t	Types of alarms generated by sensors
Genome sequences	DNA sequence of a particular species	An element of the DNA sequence	Bases A,T,G,C



시퀀스의 정의

- **시퀀스란 원소(혹은 트랜잭션)들의 순서 리스트이다.**

  (A sequence is an ordered list of elements (transactions))

  $$s = < e_1\ e_2\ e_3\ \ldots >$$

  - 각 원소는 사건(혹은 항목)들의 모임을 포함한다

    $$e_i = \{i_1, i_2, \ldots, i_k\}$$

  - 각 원소는 특정 시간 혹은 장소를 속성으로 가질 수 있다.

- **시퀀스의 길이 |s|는 시퀀스에 포함된 원소의 개수이다.**

  (|s| = the number of elements of the sequence s)

- **k-시퀀스(k-sequence)란 k개 사건(항목)을 포함하는 시퀀스이다.**

  (A k-sequence is a sequence that contains k events (items))

시퀀스의 예제

- **웹 시퀀스 (Web Sequence)**
  - < {Homepage} {Electronics} {Digital Cameras} {Canon Digital Camera} {Shopping Cart} {Order Confirmation} {Return to Shopping} >
- **도서관에서 대여된 책들의 순서**
  - <{Fellowship of the Ring} {The Two Towers} {Return of the King}>

서브시퀀스 정의와 순차 패턴

- 시퀀스 내에 포함된 시퀀스를 서브시퀀스라 부른다.
  - **Definition:** A sequence <a1 a2 … an> is contained in another sequence <b1 b2 … bm> (m ≥ n) if there exist integers i1 < i2 < … < in such that **a1 ⊆ bi1 , a2 ⊆ bi1, …, an ⊆ bin**

Data sequence	Subsequence	Contain?
< {2,4} {3,5,6} {8} >	< {2} {3,5} >	Yes
< {1,2} {3,4} >	< {1} {2} >	No
< {2,4} {2,4} {2,5} >	< {2} {4} >	Yes

- 서브시퀀스 w의 지지도는 w를 포함하는 시퀀스의 비율을 나타냄
  (The support of a subsequence w is defined as the fraction of data sequences that contain w)
- **순차 패턴(sequential pattern)는 빈발 서브시퀀스**(지지도가 minsup 이상인 서브시퀀스)를 의미함 (A sequential pattern is a frequent subsequence (i.e., a subsequence whose support is ≥ minsup)

순차 패턴 마이닝 정의

- **다음이 주어졌을 때**
  - 시퀀스들로 구성된 데이터베이스
  - 사용자가 제시한 최소 지지도 minsup
- **다음 작업을 수행하라.**
  - 지지도가 minsup 이상인 모든 서브시퀀스를 찾아라.

- Given:
  - a database of sequences
  - a user-specified minimum support threshold, *minsup*
- Task:
  - Find all subsequences with support ≥ *minsup*

순차 패턴 마이닝 예제

Object	Timestamp	Events
A	1	1,2,4
A	2	2,3
A	3	5
B	1	1,2
B	2	2,3,4
C	1	1, 2
C	2	2,3,4
C	3	2,4,5
D	1	2
D	2	3, 4
D	3	4, 5
E	1	1, 3
E	2	2, 4, 5

Minsup = 50%

Examples of Frequent Subsequences:

< {1,2} >	s=60%
< {2,3} >	s=60%
< {2,4}>	s=80%
< {3} {5}>	s=80%
< {1} {2} >	s=80%
< {2} {2} >	s=60%
< {1} {2,3} >	s=60%
< {2} {2,3} >	s=60%
< {1,2} {2,3} >	s=60%

순차 패턴 마이닝 방법

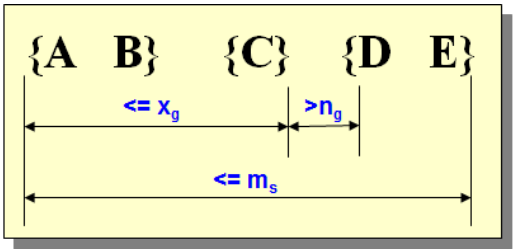
- **Apriori 원리를 활용**

Step 1:
- Make the first pass over the sequence database D to yield all the 1-element frequent sequences

Step 2:

Repeat until no new frequent sequences are found
- **Candidate Generation**:
  - Merge pairs of frequent subsequences found in the (k-1)*th* pass to generate candidate sequences that contain k items
- **Candidate Pruning**:
  - Prune candidate *k*-sequences that contain infrequent *(k-1)*-subsequences
- **Support Counting**:
  - Make a new pass over the sequence database D to find the support for these candidate sequences
- **Candidate Elimination**:
  - Eliminate candidate *k*-sequences whose actual support is less than *minsup*

시간 제약 요건



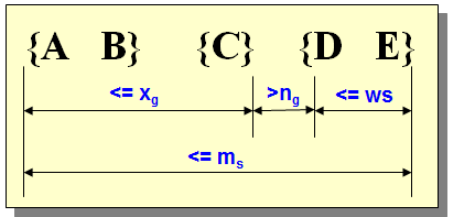
x_g: max-gap

n_g: min-gap

m_s: maximum span

- **ms: Maximum span**
- The maximum allowed time difference between the earliest event and the latest event in the entire sequence.

- **ng: Min-gap**
- The minimum allowed time difference between two consecutive elements in a sequence



x_g: max-gap

n_g: min-gap

ws: window size

m_s: maximum span

- **xg: Maxgap**
- The maximum allowed time difference between two consecutive elements in a sequence

- **ws: Window Size**
- The maximum allowed time difference of the latest and earliest occurrences of events in any element of a sequential pattern.
  If, ws=0 all events in the same element of a pattern must occur simultaneously